

XIII Międzygimnazjalne Zawody Matematyczne – 13 listopada 2015 r.

ETAP I (ZADANIA OTWARTE) – GRUPA B

Zadanie 1 (3 punkty)

Dla liczby naturalnej $n > 1$ symbol $n!$ (czytamy: n silnia) oznacza iloczyn kolejnych liczb naturalnych od 1 do n czyli:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

(Przykład: $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$). Przyjmujemy również, że $0! = 1$ i $1! = 1$.

a) oblicz $\frac{51!}{49!}$;

b) znajdź liczbę naturalną n , taką że $\frac{(n+1)!}{n!} = 1000$ (odpowiedź uzasadnij);

c) podaj, ile zer ma na końcu liczba $30!$ (odpowiedź uzasadnij).

Zadanie 2 (3 punkty)

W prostokącie ABCD bok AD ma długość 5 cm. Na boku DC zaznaczono punkt E w taki sposób, że $|DE| = 2$ cm. Punkt E połączono z punktami A i B. Wyznacz długość boku AB, wiedząc, że trójkąt AEB jest prostokątny.

Zadanie 3 (2 punkty)

W pewnym zakładzie w ciągu 15 dni roboczych produkuje się 450 sztuk wyrobów. O ile procent należy zwiększyć dzienną produkcję, aby wykonać tę samą ilość wyrobów w ciągu 10 dni roboczych.

Zadanie 4 (4 punkty)

Wyznacz iloczyn liczb a , b , c jeżeli:

$$a = \frac{\left| \frac{11}{6} - 1,8 \right|}{0,2}$$

$$b = \frac{8^{20} - 16^{14}}{\left(\frac{1}{4}\right)^{-27}}$$

$$c = \frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{8} - \sqrt{50}}$$

Zadanie 5 (3 punkty)

Przedstawione na rysunku koło o środku S ma promień 8 cm. Oblicz pole zacieniowanego obszaru.

